

FRECCIA DEL TEMPO E INTERAZIONE TERMICA

(a cura di Marco Rizzinelli, agosto 2015)

Nel libro di De Groot e Mazur “Non-Equilibrium Thermodynamics” del 1961 abbiamo la seguente legge per la conduzione termica in un sistema termodinamico in non-equilibrio, sotto ipotesi di equilibrio locale¹:

$$\sigma = \lambda T^2 \nabla^2 (1/T) \geq 0$$

Definiamo le grandezze: σ è la *produzione di entropia* per unità di volume e per unità di tempo; λ è il coefficiente di conducibilità termica; T è la temperatura assoluta del sistema, del cui reciproco si calcola il laplaciano $\nabla^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2 + \partial^2/\partial z^2$.

Come si ricava questa legge? Facciamo un passo alla volta, iniziando con la *legge di conservazione*

*dell'energia*² in forma locale $\rho du/dt = -\nabla \cdot \vec{J}_q$ rispettivamente con densità di massa, energia interna, tempo e divergenza del flusso di calore. Passiamo poi alla *seconda legge della termodinamica* in forma locale $\rho ds/dt = -\nabla \cdot \vec{J}_s + \sigma$ con $\sigma \geq 0$ ove abbiamo introdotto la

densità di entropia e la divergenza del flusso di entropia. Come terzo passaggio mettiamo in relazione³ entropia e energia interna $T ds/dt = du/dt$ da cui, in base alla regola matematica del

prodotto $\nabla \cdot ((1/T) \vec{J}_q) = (\nabla(1/T)) \cdot \vec{J}_q + (1/T) (\nabla \cdot \vec{J}_q)$ e alle due leggi precedenti, ricaviamo $\vec{J}_s = \vec{J}_q/T$ e $\sigma = -(1/T^2) \nabla T \cdot \vec{J}_q \geq 0$. Come quarto passaggio ci poniamo con un sistema isotropo⁴

nella regione lineare⁵ per cui vale⁶ l'equazione fenomenologica $\vec{J}_q = -(L_{qq}/T^2) \nabla T$ e quindi sostituendola in σ , non prima di aver definito il coefficiente di conducibilità termica $\lambda = L_{qq}/T^2$, abbiamo $\sigma = (\lambda/T^2) \nabla T \cdot \nabla T = (\lambda/T^2) T^4 \nabla^2 (1/T)$ da cui si ha la legge già citata.

Ora se prendiamo di nuovo l'equazione fenomenologica e la utilizziamo nella legge di conservazione dell'energia abbiamo $\rho du/dt = \lambda \nabla^2 T$ e, dopo aver definito il calore specifico a volume costante $c_v = (\partial u / \partial T)_v$ e per unità di massa⁷, abbiamo la *legge* $\rho c_v \partial T / \partial t = \lambda \nabla^2 T$. Queste leggi governano l'interazione termica in forma locale e possono descrivere sia per sistemi isolati l'importante *fenomeno irreversibile di raggiungimento dell'equilibrio termico*, a partire da una qualsiasi situazione di non-equilibrio, sia per sistemi chiusi il fenomeno – stabile e con minima produzione di entropia – degli *stati stazionari di non-equilibrio*.

1 Si considerano sottosistemi puntiformi e in equilibrio, che contengono ancora un numero elevato di particelle.

2 Si considera solo il flusso di calore, trascurando termini convettivi, lavoro meccanico e diffusione di materia.

3 Si presuppone che l'entropia sia funzione dell'energia interna. Tale relazione definisce la temperatura.

4 Le cui proprietà all'equilibrio sono le stesse in tutte le direzioni.

5 I gradienti di temperatura sono deboli in modo che i flussi sono funzioni lineari delle forze termodinamiche.

6 Vale anche il contributo della diffusione termica $\vec{J}_i = -(L_{iq}/T^2) \nabla T$ e $L_{iq} = L_{qi}$ per le relazioni di reciprocità di Onsager in assenza di campo magnetico. Non affrontiamo comunque il vasto panorama degli effetti incrociati.

7 Abbiamo il volume specifico $v = 1/\rho$ mentre la capacità termica per unità di massa altri non è che il calore specifico.